一、单项选择题（本大题共14小题，每小题2分，共28分）

1.D 2.B 3.B 4.D 5.C

6.D 7.C 8.A 9.A 10.B

11.C 12.B 13.D 14.C

二、填空题（本大题共10空，每空2分，共20分）

15. 6 16.  17. 4 18. –10 19. **η**1+c(**η**2-**η**1)（或**η**2+c(**η**2-**η**1)），c为任意常数 20. n-r 21. –5 22. –2 23. 1 24. 

25.解（1）**AB**T==.（2）|4**A**|=43|**A**|=64|**A**|，而|**A**|=.

所以|4**A**|=64·（-2）=-128

26.解 ==

27.解 **AB**=**A**+2**B**即（**A**-2**E**）**B**=**A**，而

（**A**-2**E**）-1= 所以 **B**=(**A**-2**E**)-1**A**==

28.解一 

所以**α**4=2**α**1+**α**2+**α**3，组合系数为（2，1，1）.

解二 考虑**α**4=x1**α**1+x2**α**2+x3**α**3，即 

方程组有唯一解（2，1，1）T，组合系数为（2，1，1）.

29.解 对矩阵**A**施行初等行变换

**A**=**B**.

（1）秩（**B**）=3，所以秩（**A**）=秩（**B**）=3.

（2）由于**A**与B的列向量组有相同的线性关系，而**B**是阶梯形，**B**的第1、2、4列是**B**的列向量组的一个最大线性无关组，故**A**的第1、2、4列是**A**的列向量组的一个最大线性无关组。

（**A**的第1、2、5列或1、3、4列，或1、3、5列也是）

30.解 **A**的属于特征值λ=1的2个线性无关的特征向量为

**ξ**1=（2，-1，0）T， **ξ**2=（2，0，1）T.

经正交标准化，得**η**1=，**η**2=. λ=-8的一个特征向量为**ξ**3=，经单位化得**η**3=

所求正交矩阵为 **T**=. 对角矩阵 **D**=（也可取**T**=.）

31.解 f(x1，x2，x3)=（x1+2x2-2x3）2-2x22+4x2x3-7x32

=（x1+2x2-2x3）2-2（x2-x3）2-5x32.

设， 即，因其系数矩阵**C**=可逆，故此线性变换满秩。

经此变换即得f(x1，x2，x3)的标准形

y12-2y22-5y32 .

四、证明题（本大题共2小题，每小题5分，共10分）

32.证 由于（**E**-**A**）（**E**+**A**+**A**2）=**E**-**A**3=**E**，

所以**E**-**A**可逆，且

（**E**-**A**）-1= **E**+**A**+**A**2 .

33.证 由假设**Aη**0=**b**，**Aξ**1=**0**，**Aξ**2=**0**.

（1）**Aη**1=**A**（**η**0+**ξ**1）=**Aη**0+**Aξ**1=**b**，同理**Aη**2= **b**，

所以**η**1，**η**2是**Ax**=**b**的2个解。

（2）考虑*l*0**η**0+*l*1**η**1+*l*2**η**2=**0**，

即 （*l*0+*l*1+*l*2）**η**0+*l*1**ξ**1+*l*2**ξ**2=**0**.

则*l*0+*l*1+*l*2=0，否则**η**0将是**Ax**=**0**的解，矛盾。所以

*l*1**ξ**1+*l*2**ξ**2=**0**.

又由假设，**ξ**1，**ξ**2线性无关，所以*l*1=0，*l*2=0，从而 *l*0=0 .

所以**η**0，**η**1，**η**2线性无关。